Hoofdstuk 6: Reken-wiskundewerk vanaf klas 4

6.1 Decimale breuken
6.2 De wereld in verhoudingen
6.3 Procenten
6.4 Geometrie
Terzijde: Van oefenuren naar zelfstandig werken

6. 1 Decimale breuken

ORIENTATIE OP HET NIEUWE TERREIN

Wat zijn decimale breuken?

Decimale breuken worden ook wel eens aangeduid met 'kommagetallen'. Daarmee is feitelijk het essentiële ervan aangegeven, zij het dat de bijbehorende positionele schrijfwijze als vanzelfsprekend wordt aangenomen. De uitvinding van de decimale breuken dateert van 1585, toen Simon Stevin zijn vondst publiceerde in het boekje *De thiende*. In feite was dat boekje een pleidooi voor het invoeren van de tientallige (positionele) schrijfwijze van de getallen. Met die getallen zou het rekenwerk (lees cijferwerk) namelijk heel wat gemakkelijker gaan dan met de gebruikelijke Romeinse cijfers en gewone breuken.

Met decimale breuken kun je dus gemakkelijker rekenen. Wie kan cijferen met gehele getallen, kan het eigenlijk ook met (decimale) breuken. Die gedragen zich in feite bij het cijferen net als gehele getallen. Slechts de rekenregel die het aantal cijfers achter de komma bepaalt, dient erbij in acht genomen te worden.

Vergelijk de berekening $23\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{2}$ maar eens met 23,75 x 5,5. (Komt bijvoorbeeld voor in het geval je van een stukje multiplex van 23,75 cm x 5,5 cm de prijs wilt weten.)

Hoewel de kommagetallen eerst veel weerstand opriepen bij de gebruikers (kooplieden bijvoorbeeld, die ineens allerlei mogelijkheden voor vervalsingen zagen), zijn ze al lang niet meer uit ons dagelijks leven weg te denken. In het bijzonder waar gemeten wordt of met geldbedragen wordt omgegaan, treden kommagetallen op. Dit betekent onder andere dat decimale breuken als meetgetallen naar voren komen. Wie weet dat meten altijd neerkomt op een benadering en tevens inzicht heeft in de schrijfwijze van kommagetallen, kan aan de genoteerde meetgetallen iets aflezen over de nauwkeurigheid van de meting. Zo zegt bijvoorbeeld een afstandsmeting van 60,25 meter, dat er tot op de centimeter nauwkeurig gemeten is.

Het onderwerp decimale breuken staat niet op zichzelf. Het verband met 'gewone' breuken is natuurlijk duidelijk. Eigenlijk geldt dit ook voor de verwantschap met 'procenten' en 'verhoudingen'. Goed beschouwd kan het laatstgenoemde leerstofgebied gezien worden als overkoepeling van breuken, kommagetallen en procenten.

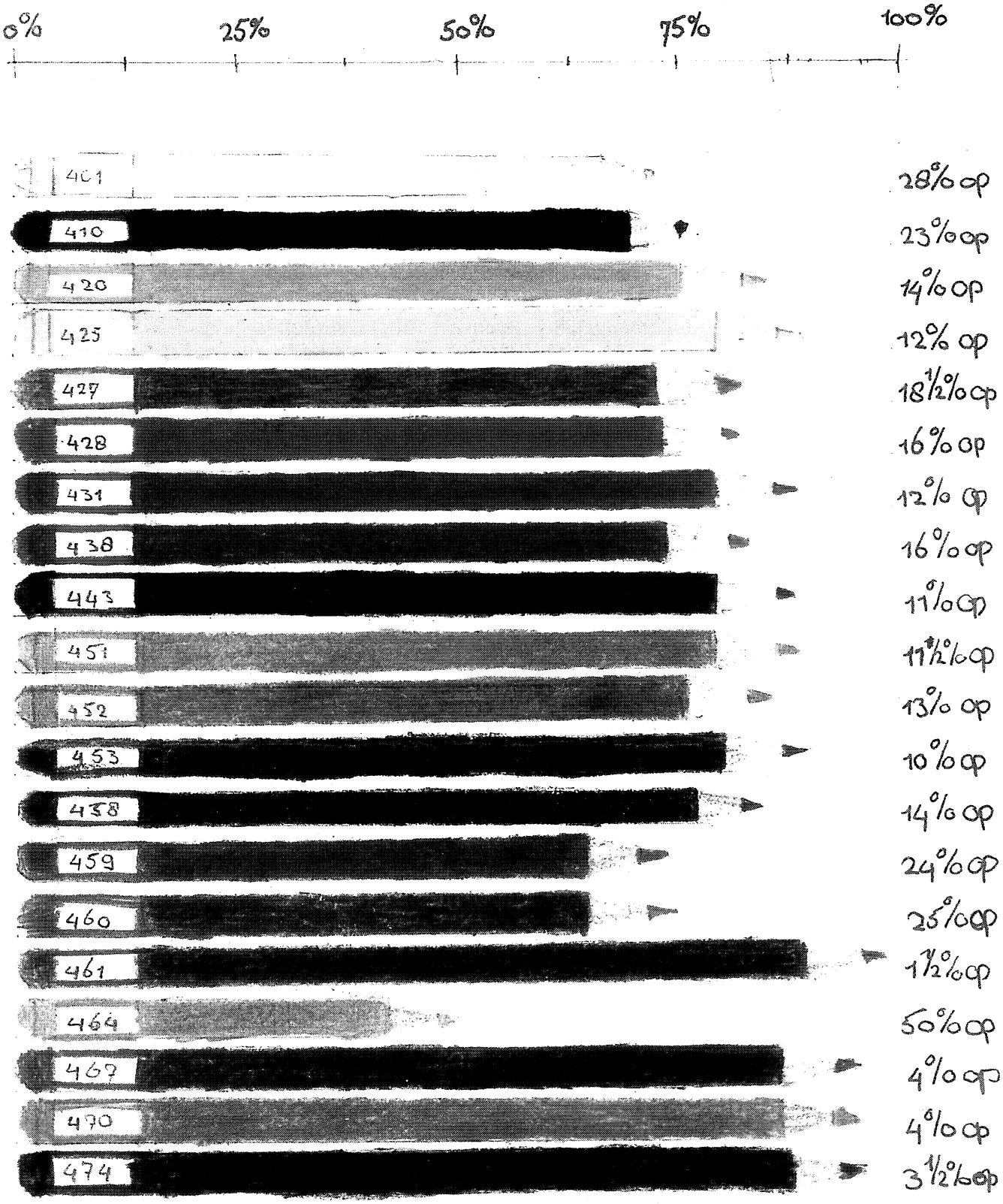
Neem de breuk $\frac{1}{4}$. Als kommagetal genoteerd is het 0,25. En in procenten uitgedrukt: 25%. Wat betekent 25%? Van ouds her betekent 25% niet anders dan 25 per honderd, ofwel $\frac{25}{100} = 0{,}25$. We zijn rond.

Je kunt je afvragen waarom er na de uitvinding van de kommagetallen nog breuken bestaan. Er zijn ook in het (recentere) verleden stemmen van rekendidactici opgegaan, om het rekenonderwijs op de bassisschool te beperken tot kommagetallen. Het is er niet van gekomen en wellicht gelukkig maar.
Behalve het feit dat kommagetallen de aandacht sterk op het cijferen richten, zijn er ook een paar beperkingen. Neem maar het geval dat je bij een verdeling tussen drie personen niet over $\frac{1}{3}$ maar over zoiets als 0,333... beschikt. Er zijn maar weinig gewone breuken die zich zonder meer laten omzetten in kommagetallen. Bijvoorbeeld $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{25}$ en dergelijke. Het zijn de (niet meer te vereenvoudigen) breuken die louter factoren 2 en/of 5 in de noemer hebben. Voor alle andere gevallen moet men zich behelpen met een afronding $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$ of afbreking $\frac{1}{6} \approx 0{,}166$. In het dagelijks gebruik van breuken zou dit trouwens weinig problemen veroorzaken. Overigens levert dit onderdeel, het omzetten van gewone breuken in kommagetallen, een interessant reken-wiskundig onderzoeksgebied voor leerlingen op.

Decimale breuken in de vijfde klas (en verder)
In de bovenstaande inleiding is het belang van het onderwerp aangegeven. De maatschappelijke relevantie en reken-wiskundige mogelijkheden zijn evident. Maar ook werden reeds de belangrijke aspecten van het leerstofgebied naar voren gebracht. We komen tot de volgenden aandachtspunten voor het onderwijs over decimale breuken in de vijfde klas:

Elementaire kennis en vaardigheden
Men kan daarbij onder meer denken aan:
- Een half = $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0{,}5 = (50\%)$
- $0{,}25 = \frac{25}{100} = 25\% = \frac{1}{4}$ = een kwart.
- 0,125 = hondervijfentwintig duizendsten.
- De plaatswaarde van de cijfers in een kommagetal.
- Het idee van nauwkeurigheid in verband met het aantal cijfers achter de komma.

Cijfervaardigheid
Dit betreft de basiskennis en -vaardigheid die te maken heeft met de techniek van de rekenprocedures.
Daarbij valt te denken aan vragen als:
- Hoe reken ik uit 0,125 + 3,5?
- Hoe 2,25 x 3,75?
- Hoe 3,75 : 5?
- Hoe 3,25 : 0,25?
- Tot hoever zet ik de staartdeling, achter de komma, in een bepaalde situatie voort?
- Zaag een plank van 2,25 m in 7 gelijke stukken. Hoe lang wordt elk stuk?
- Hoe zet ik eenvoudige breuken om in decimale breuken?
- Waarom is 10 x 12,25 =122,5? Waarom kan ik in dit geval beter zeggen dat het getal verschuift, en niet de komma?



Bruynzeel kleurpotloden Design aquarel
Dozen van 20 potloden. Twee leerlingen gebruiken één doos. Dozen zijn in gebruik vanaf 1 jan. 1993.
Op 7 april 1993 is gemeten hoeveel procent van iedere kleur verbruikt is. 16 dozen in gebruik

Interessante reken- en wiskundige inzichten
Zoals bijvoorbeeld die van de wetmatigheden (eigenschappen, regelmaat, patronen), die bij het omzetten van gewone breuken naar kommagetallen, in zicht komen.

De toepassingsgebieden
Bijvoorbeeld op het gebied van geld. Omdat kinderen in het dagelijks leven veelvuldig met geld rekenen, biedt dit toepassingsgebied een goede mogelijkheid om het onderwerp decimale getallen te introduceren en het daarmee een concrete basis te geven op grond van eigen ervaring en beleving.
Bij het meten zijn decimale getallen essentieel. Een meetresultaat, uitgedrukt in een kommagetal (decimale breuk), geeft ook iets prijs van de nauwkeurigheid van de meting. Natuurlijk mogen daarbij de context van het meten en het metriek stelsel niet vergeten worden.
Er zijn op vele gebieden toepassingen te vinden van kommagetallen. Denk maar aan prijskaartjes, kassabonnen, reclamefolders, benzinepomptellers, sportrecords, afstandstabellen, windsnelheden, koerslijsten, wegwijzers, peilglazen, radiofrequenties, snelheidsmetingen, enzovoort. Het verdient sterke overweging om deze toepassingsgebieden van meet af aan te benutten, om het rekenen met kommagetallen voor de kinderen (een) 'betekenis' te geven.

Rudolf Steiner over decimale breuken
Rudolf Steiner geeft slechts aan dat je in de vierde klas al kan overgegaan op de decimale breuken. Verder is in de voordrachten niets te vinden wat direct met decimale breuken samenhangt.
In de vijfde klas wordt twaalf weken hoofdonderwijs ter beschikking gesteld. Er valt meer te doen dan alleen het meten en rekenen met kommagetallen. Ook de verbanden met gewone breuken en eenvoudige procenten (als aantal per honderd) worden, zo mogelijk ook in reële situaties, aan de orde gesteld.

WERKEN AAN ELEMENTAIRE INZICHTEN EN BASISVAARDIGHEDEN

Voorbeelden van onderwijsleersituaties met kommagetallen
Het onderwerp decimale breuken hoeft voor de leerlingen geen grote moeilijkheden op te leveren. Daartoe dient men de doelen die men zich stelt (zie H 9) gedifferentiëerd op te vatten. De elementaire inzichten en basisvaardigheden op dit terrein, vertonen grote verwantschap met hetgeen eerder geleerd werd in het gebied van de gehele getallen. De bekendheid met geldbedragen en het rekenen ermee, kan goede steun bieden bij het verwerven van meer abstracte inzichten.
Niet alle leerlingen hoeven alle leerdoelen op het hoogste niveau van abstractie te bereiken. Bij het ontwerpen van het eigen onderwijs kan men variëren (en dus differentiëren) op onder andere:
- Grootte van de getallen.
- Complexiteit van de berekeningen.
- Mate van concrete ondersteuning.
- Relatie met de toepassingen.
- Vereiste flexibiliteit.
- Keus tussen cijferen en (schattend) hoofdrekenen.

Ik ben begonnen met de vraag waar in het dagelijks leven decimale breuken te vinden zijn. De kinderen kwamen vrijwel direct met geld. Dit heb ik dan ook als ingang genomen voor deze periode: "Neem het bedrag f 125,45. Bedenk nu eens hoe we dit bedrag aan de kassa kunnen betalen." Dan komen de kinderen met een antwoord als:
"Eén briefje van honderd,twee briefjes van tien,vijf guldens, vier dubbeltjes en vijf cent (een stuiver)."

Er zijn er ook die wat anders hebben bedacht:
"Twee briefjes van vijftig en één briefje van vijfentwintig en twee kwartjes en dan krijg ik nog vijf cent terug."

De mogelijkheden schrijven we in ons notitieblokje:

100,—	50,–
20,—	50,—
5,—	25,—
0,40	0,25
0,05 +	0,25 +
125,45	125,50
	0,05 —
	125,45

Op deze manier hebben we allerlei bedragen 'ontleed'. Later kwamen we ertoe om een tabel te maken:

	manieren om te betalen:			
honderd gulden (100)	1			
vijftig gulden (50)		2		
vijfentwintig gld (25)		1		
tien gulden (10)	2			
vijf gulden (5)				
rijksdaalder (2,50)				
een gulden (1)	5			
kwartje (0,25)		2		
dubbeltje (0,10)	4			
stuiver (0,05)	1			
cent (0,01) ?!				
Retour:				
stuiver		1		

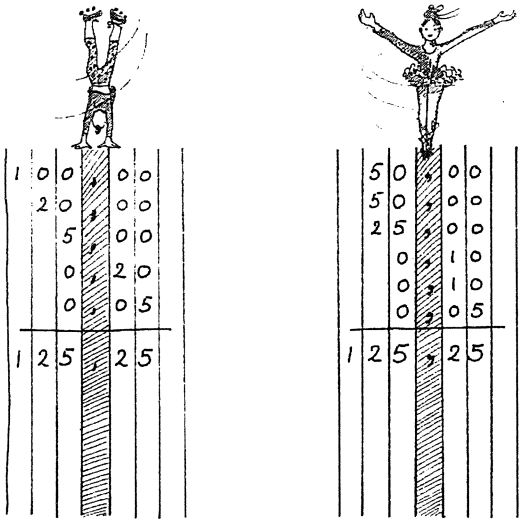
Op die manier kun je ook bedragen samenstellen. Dat geeft goed inzicht in de plaatswaarden. Voorafgaand aan de tabel deden we al oefeningen als:
"Schrijf in je notitieblok en reken steeds het volgende bedrag direct uit:

Eén gulden	1,00
Erbij drie dubbeltjes	1,30
Erbij een stuiver	1,35
Erbij een kwartje	1,60
Eraf tachtig cent	0,80
.....	....."

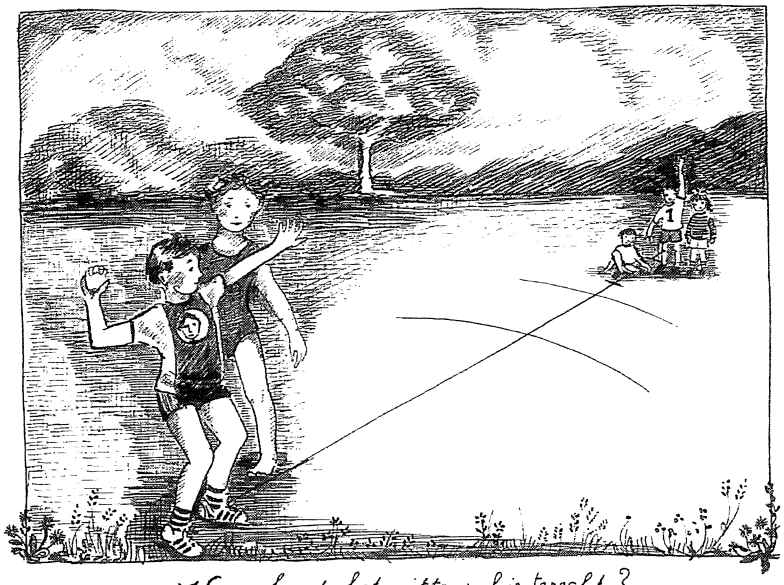
Daarna hebben we boodschappenlijstjes en optellingen gemaakt. Reclamefolders boden allerlei interessante mogelijkheden om 'wens'boodschappenlijstjes samen te stellen. De kinderen mochten dat ook doen voor andere kinderen. Ik vroeg dan wel of ze het totale bedrag op de achterkant van het lijstje wilden noteren.
Interessant was ook de vraag om inkopen te doen voor een feestje: "Er komen zes vrienden en vriendinnen, dus zijn ze met zeven personen. Je hebt een bedrag van f 23,75 te besteden. Kijk maar op de folder wat het zal worden."

Het viel me op dat de kinderen spontaan de komma's onder elkaar schreven, dus hoefde ik daar nauwelijks bij stil te staan.

Móet je de komma's onder elkaar opschrijven of is het alleen maar 'handig' om dat te doen? Dat laatste natuurlijk. Door in een optelling of aftrekking de komma's onder elkaar te zetten, is het cijferwerk al voor een goed deel georganiseerd. Dat organiseren van rekenwerk verdient in het rekenonderwijs aparte aandacht. Als de kinderen gebruik hebben leren maken van positiestrepen, is ook voor dit geval met decimale breuken het organisatieschema al gegeven:

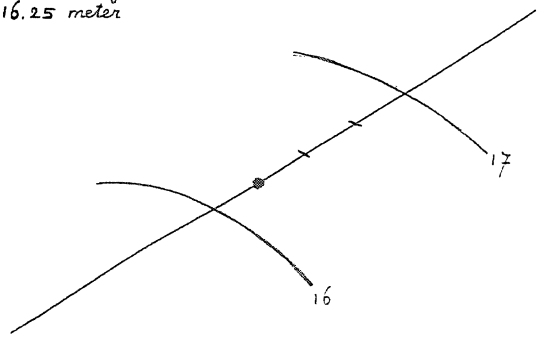


Uitgaande van het concrete zijn er meer mogelijkheden om een instap te maken in de wereld van de decimale breuken. Zojuist werd geldberekening genoemd. Het kan ook via het meten.
Neem bijvoorbeeld een sportdag waarop de kinderen een bepaalde afstand geworpen hebben of een zekere afstand hebben gelopen in een bepaalde tijd. Wanneer de uitslagen bekend zijn, kan aan de hand van deze 'metingen' gewerkt worden aan het begrip van decimale breuken.
Stel bijvoorbeeld dat er een afstand van 16,25 meter geworpen is. Men kan dan het volgende daarmee doen:
"Wat is er geworpen?" "16,25 meter." "Schets de situatie op het bord."
"Waar kwam de bal terecht?"
"Ergens tussen de 16 en de 17 meterlijn."
"Op ruim 16 meter."
"Preciezer: op 16 meter en een kwart."



Waar komt het pittenzakje terecht?

Wat is er geworpen?
16,25 meter



Waar kwam het pittenzakje terecht?

"Met de centimeter erlangs: 16 meter en 0,25 meter.
Of: 16 meter, 2 decimeter en 5 centimeter.
16,25 m is dus:16 meter + $\frac{2}{10}$ m + $\frac{5}{100}$ m."

Er is een wezenlijk verschil tussen het gebruik van kommagetallen in de context van geldrekenen en meten. Meten is namelijk nooit precies; een meetresultaat is slechts een benadering. Daarom lenen decimale breuken zich zo goed voor het meten. Maar pas op! Hoe meer cijfers achter de komma, des te nauwkeuriger de meting *lijkt*. Inderdaad: lijkt! Neem bijvoorbeeld een plank van één meter, die moet je in drie gelijke delen zagen. Voordat je echt gaat zagen, kun je uitrekenen hoe lang elk van de drie plankjes wordt. Wat komt eruit? 100 (cm) gedeeld door 3 levert de volgende repeterende decimale breuk op: 33,333333 cm. Je kunt zover achter de komma doorgaan, als je (rekenkundig) wilt. Maar hoever ga je door? De eerste 3 achter de komma staat voor 0,3 cm, dat is 3 mm. Met een goede liniaal zijn die 3 mm nog wel te zien, al moet je bedenken dat de zaagsnede die 3 mm aardig kan benaderen. De tweede 3 achter de komma (0,3 mm) is al niet meer met onze huishoudcentimeter vast te stellen. In de gegeven meetcontext heeft een lengte van 33,333333 cm dus geen betekenis.

Een dergelijke overweging zou niet aan de kinderen van de vijfde klas voorbij mogen gaan. Een reflectie op de meetprocedure in samenhang met het gevonden meetresultaat, kan leiden tot een rijker begrip van decimale breuken. Zowel rekenkundig als toegepast.
In andere situaties waarin de decimale breuken gebruikt worden, kunnen dergelijke dingen natuurlijk ook gedaan worden. Zoek maar in de krant of denk aan het Guiness Book of Records. Ook de doe-'t-zelfwinkel heeft rekenwerk met decimale breuken in petto. De folders van de Hubo, Houtland, Gamma enzovoort vormen een onuitputtelijke bron voor realistisch rekenwerk met kommagetallen. Ook op verpakkingen kan men niet om kommagetallen heen.
Bijvoorbeeld de tekst op een melkpak:

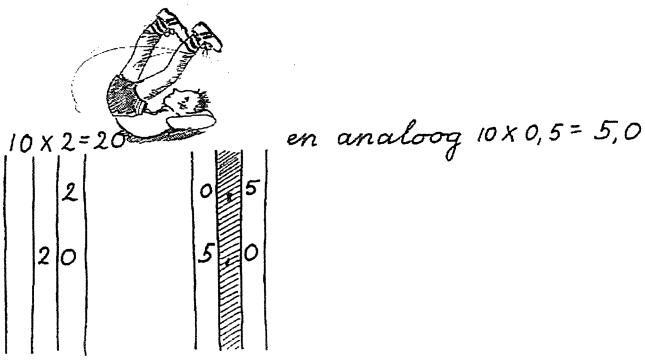
Het is goed denkbaar dat dit alles het sterkst werkt wanneer de kinderen direct betrokken zijn; een sportdag, sporttijden bijhouden, metingen doen, zelf boodschappen bedenken, ...

We hebben allerlei getallen ontleed. Beginnend bij geldbedragen, kwamen we tot de essentie van de decimale getallen.
Neem het getal 2345: de 5 staat op de plaats van de eenheden, de 4 staat op de plaats van de tientallen, de 3 staat op de plaats van de honderdtallen en de 2 staat op de plaats van de duizendtallen, dus 2345 = 2000 +300 + 40+ 5.
Elke cijfer verder naar links heeft een (plaats)waarde die tien keer zo groot is als de plaatswaarde van het cijfer ernaast.

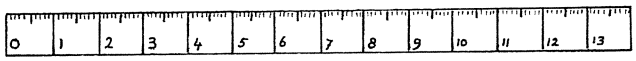
Eenheden, tientallen, honderdtallen, duizendtallen, zo kunnen we verder gaan. Gaan we van links naar rechts (volgen we dus de leesrichting), dan is elke plaatswaarde verder dus nog maar $\frac{1}{10}$ van de vorige. We hebben gezien in de geldbedragen dat je dan niet bij de eenheden hoeft te stoppen. Je gaat dan 'achter de komma' verder, met de tienden en honderdsten. En, kun je je dan afvragen, waarom zouden we bij de honderdsten stoppen?

Duizenden, honderden, tienen, enen, tienden, honderdsten, duizendsten.
De komma staat dus op de grens tussen de hele getallen- en de breukenwereld.
Dit alles wetende, hebben we vele getallen met bewegingen uitgebeeld; elke plaats van het cijfer in het getal had een bepaalde beweging.

Nu zijn we inmiddels toe aan het vermenigvuldigen van een getal met een tiental.We kunnen hierbij teruggrijpen naar wat in de jaren daarvoor bij de kinderen aangelegd is.
Bijvoorbeeld: 10 x 2 = 20. De 2 komt te staan op de plaats van de tientallen. Hoe deden we dat 'vroeger' ook weer? Weet je het nog, tien keer twee (schoenen) betekende natuurlijk dat we het aantal van tien paren (schoenen) moesten vinden. De positiestrepen waren toen pas in gebruik genomen. Het komt nu goed van pas daar nog eens op terug te zien.



Dit laatste is natuurlijk ook te lezen als 10 x $\frac{1}{2}$. Gemakkelijker nog als $\frac{1}{2}$ x 10; en zo komen we dus ook aan het antwoord 5. Nog anders; we kiezen namelijk verschillende inbeddingen van het inzicht: "Maak tien sprongetjes van 0,5 cm over de liniaal. Waar denk je dat je terecht komt?"



Zo hebben we dus drie sporen gevolgd:
1. Via het cijferen van vroeger.
2. Via de breuken uit de vierde klas.
3. Via meetgetallen op de liniaal (getallenlijn).

Deze activiteiten zijn bekend vanuit het verleden. De bedoeling is dat de kinderen bepaalde rekenregels ontdekken of zelf uitvinden. Bijvoorbeeld:
10 x 3,75 = 37,5 en 10 x 12,25 = 122,5. "Hé, wat gebeurt hier?"
Bedenk bij deze voorbeelden dat de kennis van geldbedragen goede steun kan bieden, als de rekenregels nog niet opgemerkt zijn:
10 x 3 gld is 30 gld
10 x 75 cent is 7 gld 50 cent (10 x een dubbeltje is een gulden, enzovoort).
Samen: 37 gld 50 cent, oftewel f 37,50.

In het geval van 100 x 0,5 = 50,00 wordt de aanpak van zojuist uitgebreid. Je kunt via 10 x (10 x 0,5) = 10 x 5 op 50 komen. Schrijf je de getallen tussen positiestrepen, dan ligt de rekenregel zichtbaar voor het oprapen: de 5 op de plaats van de tienden, gaat na vermenigvuldiging met 100 naar de plaats van de tientallen. Dat is twee plaatsen naar links. Dus een verschuiving van het getal en niet van de komma!

In een spel maken we nog eens duidelijk dat de komma bij het vermenigvuldigen met tien een grens is, die door de cijfers van rechts naar links overschreden wordt.
De kinderen waren de cijfers in een bepaald getal. De honderdtallen stonden op een tafel, de tientallen op een stoel, de eenheden op de grond. Dan stond er een kind met een grote komma; de grens! Daarnaast weer de tienden knielend, de honderdsten zittend. Aan de buitenste zijden was er nog een tafel met een stoel erop voor de duizendtallen en aan de andere kant een plaats om te liggen voor de duizendsten.
Om een bepaald getal uit te beelden, kregen ze elk een kaart met een cijfer. Dan klonk de opdracht: "Ik vermenigvuldig dit getal met tien." (Later ook met honderd, enzovoort). Alle kinderen klommen dan een of meer plaatsen omhoog.

Bij delen was dat natuurlijk weer anders. De rekenwijze hebben we daarna in het schrift op allerlei manieren beoefend.
Zo kwam het idee van *getalverschuiving* spontaan naar voren. De uitdrukking kommaverschuiving heb ik nooit correct gevonden.

Natuurlijk is dit ook maar, hóe je het bekijkt. Als je het getal fixeert dan verschuift de komma na vermenigvuldiging. Je zult zien dat het gebruik van positiestrepen er toe leidt dat kinderen zeggen: het getal verschuift want de cijfers gaan (bij de vermenigvuldiging met 10), een plaats hogerop (naar links dus). Logisch, want zo is ons positionele decimale systeem ingericht.

OEFENINGEN

Getallendictees

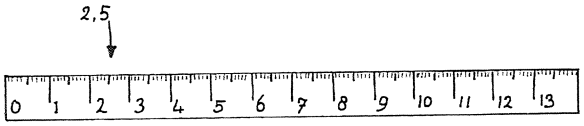
Getallendictees maken dat de kinderen de getallen op een geschikte manier gaan uitspreken. Wat wordt hier bedoeld met 'geschikt'? Wel, kommagetallen worden in velerlei situaties gebruikt. En elke situatie heeft een eigen, specifieke context. Op school hoor je nogal eens het getal 425,12 uitspreken als vierhonderdvijfentwintig komma twaalf honderdsten. Dat is een manier om te laten zien, dat je

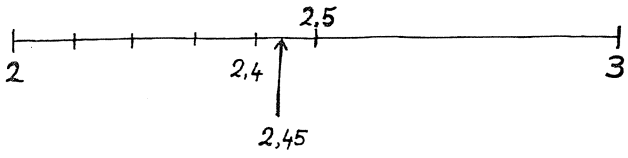
weet hebt van de waarde van de cijfers achter de komma. In een didactische context is het dus vierhonderdvijfentwintig komma twaalf honderdsten, of vierhonderdvijfentwintig twaalf honderdsten. Maar neem nu eens het bedrag f 425,12. Dat spreek je natuurlijk heel anders uit: 425 gulden 12. Of 425 gulden 12 cent. Of 425 12. Of 425 komma 12.

Decimale getallen ordenen

Zie de gewone breuk achter een decimale breuk:

- "Wat is groter 0,1 of 0,01?"
- "Welk getal ligt het dichtst bij 2,5; 2,45 of 2,449?" Hier kan een meetlat of een getallenlijn natuurlijk hulp bieden:





- "Tussen welke twee hele getallen ligt 2,3?"

Het omzetten van breuken in kommagetallen

Dit onderwerp brengt ons weer op het niveau van het abstracte rekenen. De vraag luidt: "hoe zet je een gewone breuk om in een decimale?"Begin bij $\frac{1}{2}$ = 0,5. Dat wisten we al. Maar hoe doe je dat? Laat de kinderen aan het woord. Vaak komen ze zelf al met goede ideeën.

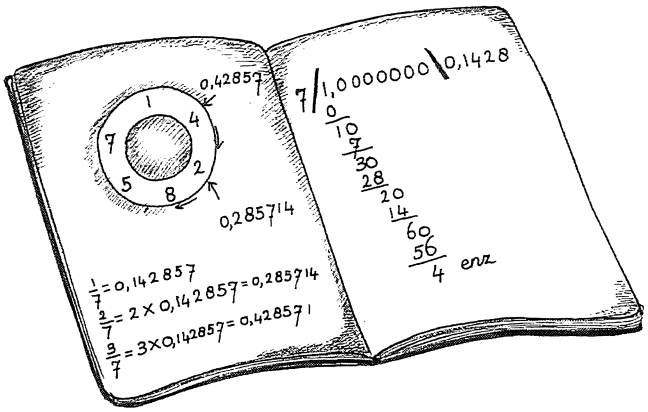
Bijvoorbeeld:

- Een halve gulden is gelijk aan 50 cent. Heel concreet dus. Maar er moet wel ingezien worden dat 0,5 = 0,50. Is daar al aandacht aan besteed?
- Een half ($\frac{1}{2}$) betekent dat je 1 gedeeld hebt door 2. Dus ga die deling maar eens maken.
- Je kunt het ook zó zien: maak van $\frac{1}{2}$ de 'tiendelige' breuk $\frac{5}{10}$ of $\frac{50}{100}$.

Hoe vind je nu $\frac{3}{8}$ = 0,375 ? Dat kan via $\frac{1}{8}$ en dan 3x. Sommige kinderen weten $\frac{1}{8}$ al uit het hoofd, of kunnen het handig uitrekenen via de helft van $\frac{1}{4}$ (= 0,25 : 2, de helft van een kwartje, enzovoort). Zo niet, dan moet er gedeeld worden, of handig op een liniaal van 100 cm (= 1000 mm) gekeken worden. Deze opgaven zijn nuttig, want nu leren de kinderen onder meer uit het hoofd dat $\frac{1}{8}$ deel gelijk is aan 0,125 of 12,5%. En ze leren dat met een visueel beeld en met een concrete context op de achtergrond. Als je het goed beschouwt, komen hier diverse leerstoflijnen bij elkaar: staartdelen, handig rekenen, meten, breuken, en kommagetallen/procenten.

> Wat doe je als leraar van een Vrije School, wanneer de kinderen vragen waar je dat voorgaande voor nodig hebt; waarom je dat allemaal moet weten? Natuurlijk neem je die vraag uiterst serieus.

Wie geïnteresseerd is in getallen zal verrast worden bij het omzetten van $\frac{1}{7}$ in een decimale breuk. Om een kader te scheppen waarbinnen de bijbehorende decimale breuk gecontroleerd kan worden, kun je beginnen met een schatting te maken: Er zijn zeven zesdeklassers die met oude kranten 100 gulden voor de school hebben verdiend. Hoeveel heeft elk van deze groep verdiend? Deel dan 100 gulden door 7. Dat kun je wel schatten: elk 14 gulden, want 7 x 14 = 98. Over 2 gulden, dat zijn 8 kwartjes. Verdeel die ook maar met z'n zevenen: ieder 0,25. Nog 25 cent over: deel door 7, er komt 3 cent. Over 4 cent, vergeet die maar. Dus 100 gedeeld door 7 is ongeveer 14,28.
Nu de staartdeling en vergeet niet gebruik te maken van wat we zojuist gedaan hebben.



"Waarom enzovoort?" kun je de kinderen vragen. En vervolgens: "hoe lang gaat het, denk je, duren met deze staartdeling? Ben je zeker van je antwoord? Kun je dat aan de anderen uiteggen?"
De essentie is natuurlijk dat er nooit de rest 0 komt. Je kunt dat op twee manieren 'weten'.
In de eerste plaats kun je het inzien als op een zeker moment de rest 1 opduikt. Je bent dan weer op hetzelfde punt als waarmee de delingsprocedure begon: "1 als rest, haal een 0 aan, het wordt 10 gedeeld door 7. Dat gaat 1 keer enzovoort."
Je kunt het ook anders inzien, wat abstracter. Om de breuk $\frac{1}{7}$ om te zetten, zou je van de noemer 7 een macht van 10 moeten maken. En dat gaat niet, omdat machten van 10 slechts uit de factoren 2 en/of 5 bestaan. Basta. Overigens is deze redenering niet zo geschikt om aan de hele klas uit te leggen.

Het ambachtelijke werk van het omzetten veroorzaakte een waar enthousiasme in de klas. Ze vinden $\frac{1}{7}$ maar een vreemd geval. We zochten met elkaar uit:

$\frac{1}{7}$ = 0,142857

$\frac{2}{7}$ = 2 x 0,142857 = 0,285714

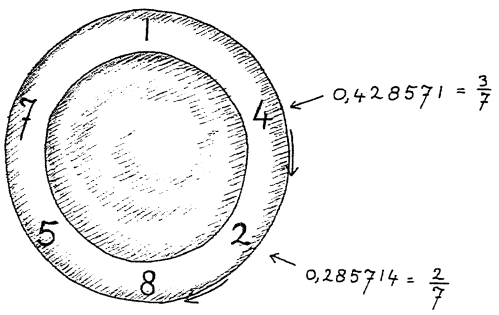
$\frac{3}{7}$ = 3 x 0,142857 = 0,428571

$\frac{4}{7}$ = 2 x 0,285714 = 0,571428

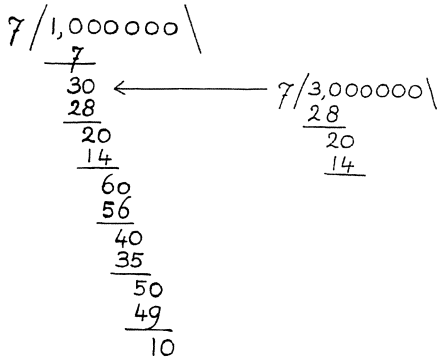
$\frac{5}{7}$ = 0,714285

$\frac{6}{7}$ = 0,857142

Als we de cijfers achter de komma van $\frac{1}{7}$ in een cirkel opschrijven, dan zijn de andere breuken af te lezen. Je hoeft alleen maar een ander beginpunt te kiezen.



Kinderen kunnen zich afvragen hoe dat komt dat steeds hetzelfde patroon zich herhaalt;
$\frac{1}{7}$ = 0,142857 142857 142857 142857 142857 enzovoort.
Om de oorzaak daarvan te onderzoeken, moet je de staartdeling nog eens goed bekijken. Je ziet dan, net zoals daarstraks, dat na zes keer de eerste rest 1 weer terugkomt. Voordat het zover was, zijn er zes andere resten geweest: 1, 3, 2, 6, 4, en 5. Dat zijn precies de zes getallen kleiner dan 7.
Neem je nu bijvoorbeeld de breuk $\frac{3}{7}$, dan moet je eigenlijk de volgende staartdeling maken:
7 / 3,000000\ ... De eerste deling, die je tegen komt, is dan 30 : 7. En dat was in het vorige geval precies de tweede deling. Wat daarna gebeurt, is in beide gevallen hetzelfde. En zo komen dan in het geval van $\frac{3}{7}$ de resten 3, 2, 6, 4, 5 en 1 achtereenvolgens tevoorschijn. In het quotiënt verschijnen dan ook in dezelfde volgorde de cijfers als bij $\frac{1}{7}$. Vandaar $\frac{3}{7}$ = 0,4 285714 enzovoort.



We zetten natuurlijk slechts een bepaald aantal breuken om in decimale breuken. Dit doende wordt er ook geoefend met het delen; een goede rekenoefening dus.

$\frac{1}{2}$ = 0,5

$\frac{1}{3}$ = 0,333333333333

$\frac{1}{4}$ = 0,25

$\frac{1}{5}$ = 0,2

$\frac{1}{6}$ = 0,666666666666

$\frac{1}{7}$ = 0,142857142857

$\frac{1}{8}$ = 0,125

$\frac{1}{9}$ = 0,111111111111

$\frac{1}{10}$ = 0,1

Moeten de kinderen van de vijfde en zesde klas dit rijtje uit het hoofd weten? En zo ja, waarom dan wel? Moeten ze weten dat $\frac{1}{3}$ tot een repeterende breuk voert? En als we op dat probleem in gaan, moeten ze dan leren dat er ook andere repeterende breuken bestaan, zoals we eerder bij $\frac{1}{7}$ aantroffen? Wie in de bakens en concrete leerdoelen kijkt, vindt een antwoord. Dat kan persoonlijke elementen bevatten!
Laten we ook een breuk als $\frac{25}{43}$ omzetten? Als we dat doen als een rekenoefening, dan moeten we de kans waarnemen om een schatting te laten maken.
Wat moeten de kinderen dan doen? Eerst inzien dat bijvoorbeeld
$\frac{25}{43} > \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 0{,}5$. Of preciezer: $\frac{25}{43} > \frac{25}{45} = \frac{5}{9} \approx 0{,}555555$.

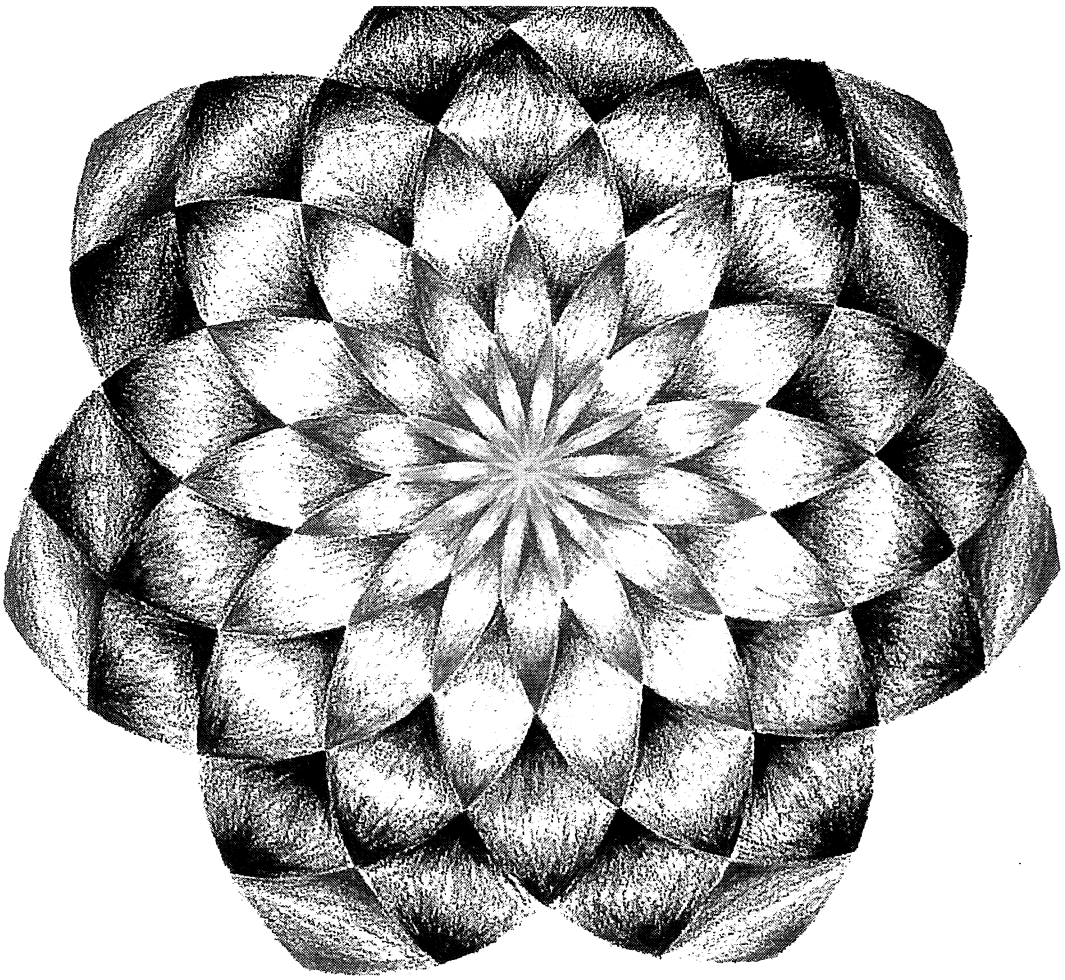
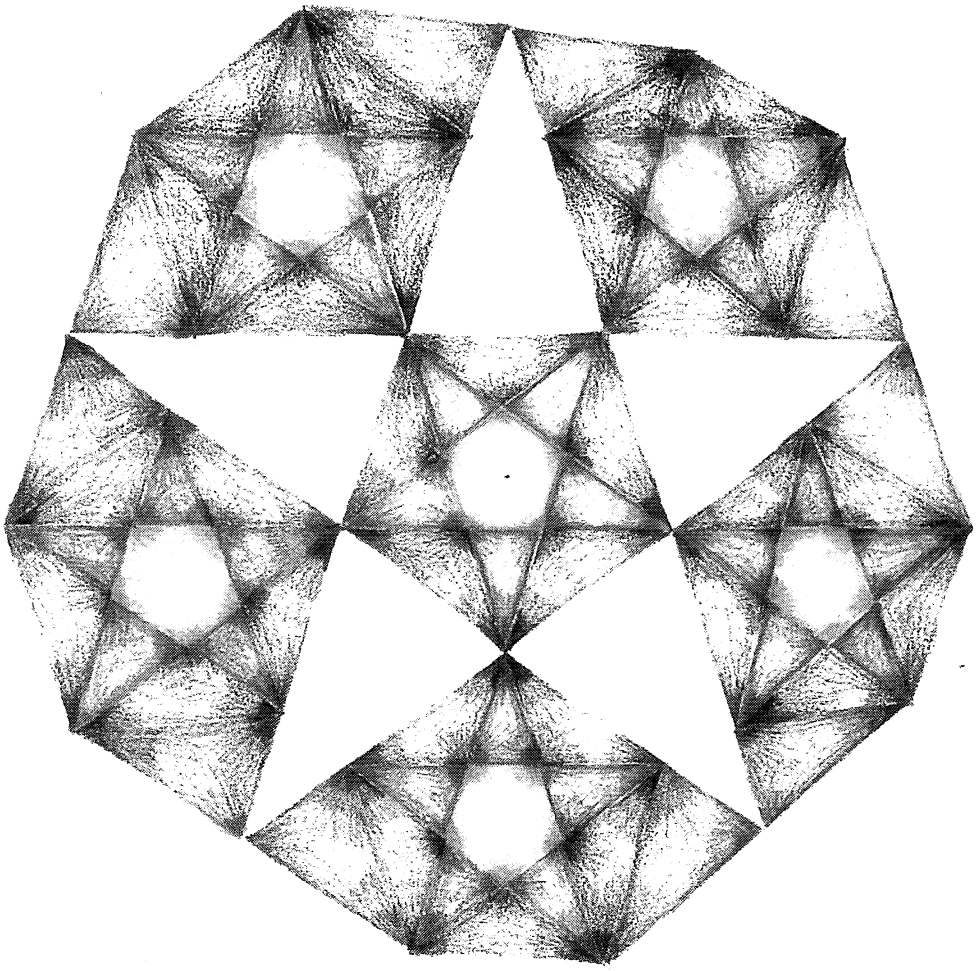
Omzetten van komma getallen in breuken

Gaan we ook de weg terug? Dus zoeken we een oplossing voor de vraag van 0,55 een gewone breuk te maken? Wie de vraag beschouwt voor 'niet' repeterende decimale breuken is gauw klaar. Al het rekenwerk, dat nodig is om van 0,55 te komen tot $\frac{5}{9}$, bestaat uit het vereenvoudigen van breuken. Dus technisch gezien uit het vinden van gemeenschappelijke delers, ontbinden in factoren en delen. Niet de moeite waard dus om gewichtig over te doen.

Kommagetallen en procenten

Belangrijker is dat er ook verband gelegd wordt met procenten. We zagen hierboven al $\frac{1}{2} = 0{,}50$ ofwel 50%.
Dit verband, dat tussen kommagetallen, breuken en procenten bestaat, kan ten nutte gemaakt worden. Het volgende voorbeeld, van een lastige procentenopgave, laat daar iets van zien:
De vraag luidt: "Hoeveel procent is 8 van 27?"
In de zestiende eeuw had de vraag geluid: "Hoeveel 'ten honderd' is 8 van 27?"
In deze formulering komt de essentie van de vraag goed naar voren. Het gaat er immers om te zien, welk getal zich ten opzichte van 100 verhoudt, als 8 dat doet ten opzichte van 27.
Bekijk dan de breuk (beter verhouding) $\frac{8}{27}$. Maak er een decimale breuk van, door de deling uit te voeren:

```
27/8,000\0,296
    54
    260
    243
     170
     162
       8
```

Het antwoord is: $\frac{8}{27} \approx 0{,}296$. Wie afrondt, leest dit als: $\frac{8}{27} \approx 0{,}30$. En ziet dan dat $\frac{8}{27} \approx 30\%$ (30 ten honderd!).

Zo ook:"Hoeveel procent is 3 van de 8?" Noteer $\frac{3}{8} = 3 \times 0{,}125 = 0{,}375$ en zeg $\frac{3}{8} = 37{,}5\%$."
Procenten vormen een onuitputtelijke bron van fouten.Veel ervan zijn te voorkomen als men het verband met decimale breuken kent en met decimale breuken weet om te gaan.